

從諾貝爾經濟獎漫談資源配置管理研究(一)： 最適面

文/賴聰乾

外界多少有一個刻板印象：管理知識比較像是人類表層而非核心知識。這個刻板印象有幾分真實，也有幾分誤解，就誤解的那一面，對從事管理學研究的工作者而言，有責任與義務，呈現實情，讓讀者在知情下有一個客觀的看法。

這一系列漫談，以資源配置管理研究為主軸，詳列對該主軸有特殊貢獻、而獲頒諾貝爾經濟獎的得獎人，漫談這些得獎人的作品。藉此，讓一般讀者了解、欣賞資源配置管理研究，並了解，管理學的研究在人類核心知識的探索上，所肩負的任務，並藉此，讓知識探索資源配置者，能在更了解的情況下，做較佳的資源配置。

資源配置是人類重大的管理問題，資源配置有幾個重要特性，例如，最適性（optimal）、約略滿意性、不確定性、效率性（efficient，又稱柏拉圖最適性）、誘因性、訊息不對稱性、福利性（含公平性）、均衡性、合作與衝突性…。諾貝爾經濟獎從1969年首次頒發以來，截至2008年，共頒發40屆、總計有69位得獎人，該獎肯定資源配置對人類的重要性，一再地頒獎給這方面的特殊貢獻者，橫跨12屆、計有21位得獎人：

- (1) Kenneth J. Arrow (1972)
- (2) Leonid V. Kantorovich and Tjalling C. Koopmans (1975)
- (3) Herbert A. Simon (1978)
- (4) Maurice Allais (1988)
- (5) Harry M. Markowitz (1990)
- (6) John F. Nash, John C. Harsanyi and Reinhard Selten Jr. (1994)
- (7) James A. Mirrlees and William Vickrey (1996)
- (8) Amartya Sen (1998)
- (9) George A. Akerlof, Michael A. Spence and Joseph E. Stiglitz (2001)

(10) Daniel Kahneman (2002)

(11) Robert J. Aumann and Thomas C. Schelling (2005)

(12) Leonid Hurwicz, Eric S. Maskin and Roger B. Myerson (2007)

本系列漫談，將從六個構面：最適面、互動面、行為面、福利面（含公平面）、誘因與訊息不對稱面、管理機制面，分期敘述。由於剛宣佈的2009年兩位得獎人（Elinor Ostrom和Oliver Williamson）的研究，也與本主軸有關，將作為本系列壓軸。本文將就最適面進行探討。

Leonid V. Kantorovich 和Tjalling C. Koopmans因對（作業）最適性的貢獻，於1975年獲獎。該獎漏掉另一位特殊貢獻者George B. Dantzig（史丹福大學），因提名委員對Dantzig不熟悉。Koopmans（先芝加哥後耶魯大學）自覺他的貢獻不如Dantzig，一度不想去領獎，經Kenneth J. Arrow（史丹福大學）說服後，才去領獎，並捐出一半獎金，以Dantzig的名義作為獎學金。Dantzig於1975年獲頒第一屆美國作業研究與管理科學學會的John von Neumann理論獎。

這一屆諾貝爾經濟獎，實際上是頒給線性規劃（Linear Programming）這套工具，這套工具包含三部分：（1）數學模型、（2）演算法（Algorithm）、（3）電腦與軟體。在眾多最適化工具當中，線性規劃是當時（即使現在也是），應用最廣泛、功能最強大的工具，尤其對提升企業、政府資源（物料、資金、人力、設施、設備…）的有效運用，貢獻很大。線性規劃的應用，無遠弗屆，即使在醫療作業，都能看到它的蹤影，例如，在癌症的放射性治療作業，線性規劃能建議（各角度打進去的）最適輻射劑量，供醫生治療癌症病患。

線性規劃的數學模型，包含一個線性目標式

及一組線性限制式（等式或不等式），這組限制式所圍成的區域（稱為可行區域）是一個凸集（Convex Set），亦即，可行區域內的任兩點，其中間的任一點，都在可行區域內。線性規劃有幾個重要特性，第一個特性是：一個線性函數在一個凸集的極值（極大、極小），發生在邊界上或無限延伸。這個特性，不難從幾何直觀上看出：把一個線性目標函數想成是一個超平面，沿著法向量的兩個方向推移，其中一個方向使函數值增加（遞增方向）、另一個方向減少（遞減方向），如果該平面停留在凸集內點，這時可沿著遞增或遞減方向、推移改善，直到達邊界或無限延伸。第二個特性是：局部最佳解就是全域最佳解。這個特性，直觀上也不難看出：假設A點是局部最佳解、但該局部外有一點B更好，因A、B的中間任一點C，皆落在可行區域內（因可行區域是凸集），且C比A更好（因目標函數為線性，C的目標值是A、B兩點目標值的加權平均），當C任意靠近A點時，表示A不是局部最佳解，矛盾。第三個特性是：如果有解且最佳解不是無限延伸，則會有一個最佳解是極點（Extreme Point）——所謂凸集的極點是該點不介於凸集內任兩點之間。這個特性，讓解空間縮小至可行區域的極點。

線性規劃的演算法——單形法（Simplex Algorithm），由Dantzig於1947年所提出。概念上而言，單形法從某一個極點出發，移到另一個相鄰且更好的極點，直到無法改善，則該極點便是最佳解；若存在一個改善方向可無限延伸，則目標值就是無限延伸；若不存在一個極點可做為出發點，表示無解（可行區域不存在）。當Dantzig離開人間，Kenneth J. Arrow（獲頒1972年諾貝爾經濟獎）接受訪問時，對單形法做了一番別有風味的解釋（為保留原味，茲引全文）：

"Linear programming is a way of choosing interdependent activities, with inputs and outputs, so as to achieve an optimum in some dimension (e.g., profits

or some index of welfare). The simplex method starts with a guess at a set of activities which are run in some measure. Then a set of prices are chosen to make the activities operate at zero profit. If none of the un-chosen activities are profitable at these prices, then the initial set is optimum. If one is profitable, it is chosen, and one of the previously chosen ones is eliminated. The process is then repeated. In the end, the optimal set of activities will be arrived at."

在實例測試上，單形法的計算效率令人滿意，雖然理論上（在最糟糕情況下），其計算複雜度隨問題輸入大小，呈指數成長；前蘇聯科學家L.G. Khachian 於1978年，利用可行區域內橢圓形的構想，開發一個理論上是多項式計算複雜度的演算法，該算法（俗稱內點法）在理論上是一個突破，不過，在實際測試上不具競爭力，後來經N. Karmarkar，於1984年做了一個重大改善，Karmarkar因該顯著性的改善，獲頒美國作業研究與管理科學學會的1984年Lanchester著作獎；目前最先進（state-of-the-art）的演算法是結合單行法與內點法。隨著電腦CPU運算速度的大幅提升與軟體（含演算法）的日益精進，目前這套最適化工具，有能力處理百萬級的變數，尚能滿足人類目前的需求。

前蘇聯數學家Kantorovich，於1939年出版一本俄文專書“The Mathematical Method of Production Planning and Organization”（列寧格勒大學出版），這是線性規劃最早的雛形，也是他獲獎的原因。不過，由於二次世界大戰及隨後美蘇兩大集團對抗的緣故，該作品於20年後，才被西方世界得知，目前人類所使用的這套工具，源自Dantzig於1947年所提出的單形法。

關於Dantzig，有七則趣聞與懷思：

- (1) Dantzig生前在史丹福大學的研究室門上，貼著一則帶有幽默的鼓勵話“Don't just sit there. Maximize something!”
- (2) 任一個線性規劃問題總有兩種形式，一種學界慣稱為dual，另一種要稱它為何呢？

Dantzig徵詢他父親（數學家）的意見，他父親建議primal，這是primal的由來。

- (3) Dantzig的博士論文，解決統計上兩個著名未知問題，有一回他上課遲到，他看到Jerzy Neyman教授在黑板上寫了兩道題目，他誤以為是習題，將題目抄下、帶回家當習題解，幾天後，他去繳作業並跟Neyman教授說抱歉，因這兩題似乎比平常的難，所以才需要這麼長的時間。
- (4) 當Dantzig還只是個未成名的年輕學者，他在計量經濟學會的會議上，報告線性規劃，報告完後，重量級統計學者Harold Hotelling澆他冷水說：「但是大家都知道，這是個非線性的世界。」正當Dantzig不知所措時，著名數學家John von Neumann在徵得同意後，代為回答：「報告人的題目是『線性規劃』，他清楚列出他的公設，如果你的應用情境，滿足這些公設，就拿來用，如果不滿足，就別用。」從事後分析來看，Hotelling也沒錯，這的確是個非線性的世界，不過，線性不等式可用來做為逼近非線性的作業關係。
- (5) 那些前人的著作，影響並啟發Dantzig呢？主要有：Wassily Leontief的投入產出模型（1933；Leontief因該作品於1973年獲頒諾貝爾經濟獎）、von Neumann的賽局理論（1928）及穩定的經濟成長（1937）。
- (6) 據專家估計：科學計算有10%至25%，用在單形法（及其變形）的計算上。單形法是20世紀最偉大、影響人類最深遠的演算法。

- (7) Dantzig於2005年離開人間，生前於2002年，刊登在Operations Research的一篇（線性規劃）歷史回顧文章的總結說“...but much work remains to be done, particularly, in the area of uncertainty.”

Harry M. Markowitz因對投資組合（分散風險）最適性的貢獻，於1990年獲獎。Markowitz的靈感源自一則古老智慧：「不要將所有雞蛋放在同一個籃子裡」。如何在可投資的 n 個標的中，各投資多少比率、在達成某設定的期望報酬率條件下（期望報酬率門檻）、使得風險最小呢？Markowitz使用一個 n 維的向量，來描述 n 個標的的期望投資報酬率；用一個 $n \times n$ 的共變數矩陣，來描述 n 個標的之間的風險相關性；並用 n 個介於0與1之間的決策變數，來描述投資比率決策。由於：總投資風險是 n 個決策變數的二階函數，期望報酬率門檻可用一個線性不等式來描述， n 個決策變數的投資比率總和為1可用一個線性等式來描述，投資比率限制（ n 個介於0與1之間的決策變數）可用 $2n$ 個線性不等式來描述。Markowitz就這樣，將該問題化成二階最適化問題（目標式為二次多項式、限制式為線性）。在獲頒諾貝爾獎前，Markowitz於1989年，先抱走美國作業研究與管理科學學會的John von Neumann理論獎。

人類追求最適化，經濟誘因只是其中之一，追求最適化，很可能正如孔子所言：「（食色）性也！」是人類為求生存，所演化而來。試想，當老祖先還住在山洞時期，他經常需要到河邊取水，走那條路徑最安全呢？這個最適化問題，攸關生存與否！



賴聰乾小檔案

現任臺大工商管理系暨商學所教授。1960年次，18歲前住在嘉義，之後6年，在（早期）人煙稀少的清大校園，過著有些與世隔絕的生活，服完預官後，猶豫該去約翰霍普金斯大學數學科學系、UCLA電機系、或史丹福大學工業工程系（現併入管理科學與工程系）攻讀博士，後來選了史丹福，轉眼結束5年如夢幻般的校園生活，旋即在本校工商管理系暨商學所任教迄今，期間（1998至1999）在麻省理工學院作業研究中心客座一年。目前的研究重點是，使用穩定度方法來處理不確定下最適資源配置，另一方面，隨著年齡增長，對管理與決策思維的研究漸感興趣。