從諾貝爾經濟獎漫談 資源配置管理研究（二）：互動面

文／賴聰乾

賽局理論，又稱互動決策理論，乃探討個體間如何策略性互動及其互動行為。由於社會是由個體（個人、組織）所組成，賽局理論已逐漸被認為是社會科學的物理學，並逐漸進入及深化社會科學的各領域。諾貝爾經濟獎，於1994年首度頒給賽局理論，並於2005年再度頒給這個領域。

1994年得獎

John F. Nash, John C. Harsanyi 和 Jr. Reinhard Selten三人因對（非合作賽局）均衡性的貢獻，於1994年獲獎。其中，Nash因對Nash Equilibrium的貢獻，Harsanyi因對資訊不完整情況下均衡性的貢獻，Selten因對Perfect Equilibrium的貢獻。美國作業研究與管理科學學會最早肯定Nash的貢獻，於1979年即頒給他John von Newmann理論獎。

Nash憑藉卡內基美隆大學R.L. Duffin教授一封介紹信，進入普林斯敦大學攻讀數學博士，該封介紹信只有一句話：「這個人是個天才。」他的博士論文指導教授A.W. Tucker回憶說：「我偶爾會認為Duffin的推薦，言過其實，但當我更加了解Nash之後，我漸漸覺得Duffin是對的。」

Nash的博士論文有27頁，包含三部分，第一部分（論文前6頁）是關於n人非合作賽局模型的定義、觀念介紹，及（至少存在一個解的）存在性証明。第二部分（論文後6頁）是研究動機與解釋（他所證明存在的）均衡解（點），Nash提供兩種解釋：第一種解釋，假設參賽者具有完美的訊息與理性，認為均衡點是完美理性反應的預期行為，第二種解釋，捨棄完美訊息與理性的假設，而從群體統計行為的觀點來解釋。第三部分（其餘15頁）被他當時博士班同學H.W. Kuhn以諂媚的口吻譏笑是Nash灌水上去的。實質說來，Nash的博士論文只有12頁，而他之所以獲頒諾貝爾經濟獎，是因為論文前6頁。

Nash對其均衡點所提供的兩種解釋，第一種解釋較為世人所熟知，第二種解釋適合生物體（物種、器官、基因體）間的互動，因生物體不像人有思考能力去選擇最適反應方式，生物體的反應方式由基因來調控、在適者生存的回應訓練下，進行演化，第二種解釋也適合社會規範（例如，排隊、靠右(左)走、拆分差異、女士優先、某些地方在餐廳用餐給小費、教授研究室由資深者先選…）的行為演化分析。

人類在探索新知識，常採用的一項策略是：站在巨人肩膀上，向前探索。Nash的存在性証明，並不是從頭証起，而是利用已知的固定點定理，不論使用Brouwer或Kakutani固定點定理來証，都能達到目的，Brouwer固定點定理是拓樸學（Topology）的一個定理，而Kakutani是Brouwer固定點定理的一個延伸。Nash均衡點還有一個重要意義，自然與社會科學的交流互動，無論從方法、理論本身來看，一向是從自然流向社會科學，Nash均衡點是一個例外，它是從社會流向自然科學，Nash均衡點的發展，原本是用來解決經濟與其他社會科學的問題，後來才被應用於生物體的演化分析。

Harsanyi獲獎，主要是因發表在Management Science（1967-68）的那三篇一系列文章 “Games with Incomplete Information Played by Bayesian Players. I, II, III” 。Nash的n人非合作賽局模型，假設模型結構的訊息完整，但實際情況，訊息往往不完整（Incomplete），參賽人各自所擁有的私有訊息，既無義務、往往也無意願去揭露，例如，冷戰時期，美蘇的武器競賽，任一方都不太清楚對方的內部情況（例如，武器研發進展、數量、威力、準度…），又例如，企業之間的競爭，一企業往往不清楚其他企業內部的作業參數值（例如，新產品的研發進展、作業配

方、良率、產品作業前置期…）。為克服訊息不完整這個困擾，Harsanyi假設參賽者是貝氏型決策者，並將原來的不完整訊息問題，巧妙地轉化成不完美（Imperfect）訊息問題，之後，再運用貝氏理論來處理，由於不完美訊息問題，並不難處理，這個困擾就這樣被Harsanyi給克服了。

由於Nash均衡點不保證唯一，如果有多個時，該選那一個呢？這個問題，對採用第一種解釋“均衡點是完美理性反應的預期行為”，格外重要。對這個問題的解決，Selten跨出重要的一步，他提出完美均衡點的觀念，將均衡點分成完美與非完美兩群，完美均衡點是那些有可能被理性參賽者所選用的、非完美均衡點是那些不被選用的，不過，Selten仍然沒有解決大家所渴望的唯一性，因為完美均衡點也可能有多個；唯一性這個問題，至今仍困擾著人類！

合作性議價問題（合議價問題），向來被大家所津津樂道，這是Nash留給世人的另一珍貴遺產。Nash假設合議雙方的訊息透明，包括雙方的個別效用函數、個別自助報酬，個別自助報酬代表無需靠合作、各自便能獨立達成的報酬，這是雙方合議不成（破局）時的各自報酬，它實際上反應各自的議價籌碼。為方便操作，Nash採用在效用空間上操作，Nash的合議價問題是：給定雙方在效用空間上的可行議價區S及自助報酬點($\underline{u}$, $\underline{v}$)，是否唯一存在一個合議（報酬）解(u*,v*)。Nash列出一組公設，來描述理性的合議行為，並證明唯一存在一個合議解(u*, v*)滿足該組公設。該組有四個公設：

(1) 明顯理性公設：合議解必須大於等於自助報酬點，亦即(u*, v*)　($\underline{u}$, $\underline{v}$)，合議解必須屬於可行議價區S，合議解必須是柏拉圖最適解；
(2) 不相關解的獨立性：對可行議價區S的任一子集合T而言，如果S上面的合議解(u*, v*)屬於T，則(u*, v*)必須是T上面的合議解；
(3) 效用空間線性轉換的獨立性：如果轉換後的空間為$\{(\alpha_1 u+\beta_1, \alpha_2 v+\beta_2):(u,v)\in S\}$,則轉換後的合議解為$(\alpha_1 u^*+\beta_1, \alpha_2 v^*+\beta_2)$；
(4) 對稱性：可行議價區S必須是對稱（如果(u, v)屬於S，則(v, u)屬於S），且各自報酬如相等，則雙方在合議解的值亦相同（如果$\underline{u}$=$\underline{v}$，則u*=v*）。

關於Nash的合議價問題，有三點補充：(1)對稱性公設，適用於雙方力量約在伯仲間，若過於懸殊則不適用；(2)有威脅時，該如何處理呢？Nash並沒有提出令人滿意的解答，處理威脅情況，至少有兩個棘手的地方，一是威脅牽涉說與做到的落差，另一是增加求解的困難度；(3)Ariel Rubinstein（1982）將Nash的一回合問題推廣至n回合問題。

2005年得獎

Robert J. Aumann 和Thomas C. Schelling因對（多人競爭賽局下）合作與衝突性的貢獻，於2005年獲獎。其中，Aumann因對Folk Theorem進行正式分析的貢獻，Schelling因對賽局理論應用在嚇阻、武器競賽上的貢獻。Aumann於1995年，以專書“Repeated Games with Incomplete Information”（co-authored by M.J. Maschler and R.E. Sterns, MIT press, 1995），獲頒美國作業研究與管理科學學會的Lanchester著作獎、並於2005年獲頒John von Neumann理論獎。

Aumann是對民間智慧Folk Theorem，進行正式分析的先驅，Folk Theorem的主張為：（多個）個體間重複性的互動，會產生許多具有自我約束力的行為型態（均衡點），其中之一是，個體會犧牲短期利益，來維持長久合作關係。個體犧牲短期利益來維持長久合作關係，這種行為型態，其實是小朋友在幼稚園階段，便開始學習的東西：學習分享與輪流承擔。透過非合作賽局模型，Aumann（或與合著人）在一系列文章：(1)視長期目標型式而定，建立那些結果會、那些不會成為均衡點；(2)對均衡點做進一步的釐清，是否是Nash均衡點或更強、是否是完美均衡點；(3)對模型的結構參數，例如，參賽人數、對方動作的可觀測性、互動頻率、訊息完整性的層次、參賽人的計算能力等等，進行系統性分析。

破產賽局問題，是Aumann（與合著人M.J.

Maschler）最廣為人知的作品：有n個權益請求者，各持有權益價值c_i(i=1,2,⋯,n)，而可分配價值a_0不足時，如何公平分配呢？Aumann與 Maschler提出一分配規則，並證明該分配解是n人合作賽局的核仁。該分配規則，將猶太經典（Talmud）記載的一則對兩人爭分衣服實例所提出的分配法，推廣至n人情況，在爭分衣服實例中，一人（甲）持有1/2、另一人（乙）持有全部，該如何公平分配呢？猶太傳教士Shlomo Titzhaki提出的分配法如下：對乙而言，1/2是屬於非爭分部分，這部分應全歸乙，剩下的1/2是屬於兩人爭分部分，這部分平分，所以甲分得1/4而乙分得3/4。Aumann與Maschler的分配法如下：若可分配值小於權益總值的一半，依等所得原則分配，但每人可分得的上限為$c_i/2$；若可分配值等於權益總值的一半，則每人各分得$c_i/2$；若可分配值大於權益總值的一半，每人先分得$c_i/2$，剩餘再依等損失原則分配。

核（Core）與核仁（Nucleolus）是n人合作賽局的兩個重要解觀念，結盟的誘因有兩種：經濟與公平。在核中的任一解，n人聯盟沒有瓦解成任一次聯盟的經濟誘因，而核仁是核中的一個公平解，核仁所根據的分配思維，是讓一個群體中最不幸成員的幸福極大化，若有多重選擇時，再次使不幸成員的幸福極大化，依此類推，直到找出一個解。這裡所指的成員是n人聯盟中的任一個次聯盟，不包括n人聯盟本身及空集合，共有2^n-2個成員。

Schelling獲獎，主要是因他的一本專書“The Strategy of Conflict”（哈佛大學出版，1960），這本書對於衝突（conflict）、承諾（commitment）、協調（coordination）的觀念剖析與洞察力（insights），貢獻顯著，尤其是在嚇阻（deterrence）與武器競賽的應用上。這本書沒有使用高深的賽局理論，而是以討論的方式進行，至多使用兩人非合作賽局的（2×2）報酬矩陣來分析，例如膽怯（Chicken）範例，由於該書的數學障礙低，讀者群廣泛，影響深遠。膽怯範例是說：兩位參賽者，在一條雙線路寬、中間沒有分隔線的道路，各自沿著路中間、高速迎面而來，這時雙方各有兩個選項：讓（閃到路邊）或不讓（沿路中間繼續高速前進）；膽怯範例又稱鷹鴿（Hawk-Dove）範例，當兩個團體面對衝突時，各自都有兩個選項：鷹派或鴿派做法。該書至少有三點貢獻：(1)在侵略與嚇阻情境，借助膽怯賽局範例，Schelling說明，面對可能侵略時，承諾反擊的能力若可信，將有嚇阻效果，尤其該反擊兌現的機率很高時，效果更好；(2)面對複雜且棘手的（兩造合議）議題時，Schelling討論如何，經由一次邁進一步的方式（實質與時間上）有效地化解該爭議；(3)當協調使得上力時，Schelling的聚焦點（focal point）思維，是一種便利工具，在某些情境下，有時能解決多均衡點的問題。

由於Aumann是應用數學家，而Schelling是政治學者，兩人不論在背景、研究作品的性質上差異都很大，人們好奇地問Schelling：你們兩個人同時獲獎，中間的關連在那裡呢？Schelling回答：提名委員將我們倆個人連結在一起，因為Aumann是賽局理論的生產者，而我是使用者。

賴聰乾小檔案

現任臺大工商管理系暨商學所教授。1960年次，18歲前住在嘉義，之後6年，在（早期）人煙稀少的清大校園，過著有些與世隔絕的生活，服完預官後，猶豫該去約翰霍普金斯大學數學科學系、UCLA電機系、或史丹福大學工業工程系（現併入管理科學與工程系）攻讀博士，後來選了史丹福，轉眼結束5年如夢幻般的校園生活，旋即在本校工商管理系暨商學所任教迄今，期間（1998至1999）在麻省理工學院作業研究中心客座一年。目前的研究重點是，使用穩定度方法來處理不確定下最適資源配置，另一方面，隨著年齡增長，對管理與決策思維的研究漸感興趣。

小百科：賽局理論

（一）由來：

賽局理論（Game Theory）的正式展開，始於“Theory of Games and Economic Behavior”這本書（by John von Neumann and Oskar Morgenstern, 1944），初期以普林斯敦大學為研究重鎮、交流中心及人才孕育搖籃，並逐漸擴散開來。主要有(1)合作（Cooperative）與(2)非合作（Non-cooperative）賽局理論兩大分支，1980年代為其成長爆發期，1994年首度獲頒諾貝爾經濟獎、2005年再度獲獎，其應用理論（機制設計理論）更於2007年獲獎。其他分支還有：(3)演化（Evolutionary）賽局理論：源自Maynard Smith & Price（1973）刊登在Nature期刊的一篇文章“The logic of animal”。(4)行為賽局理論：探討真實參賽者如何玩賽局，有實驗賽局（在實驗室進行）與實證賽局（在實際情境進行）。(5)演算與人工賽局理論：探討活參賽者（或有計算能力的機器）的賽局複雜度議題（例如計算、訊息、行為複雜度）。(6)互動知識論（Interactive Epistemology）：探討互動知識，包含對知識的知識，例如甲知道X、乙知道甲知道X、甲知道乙知道甲知道X、…。(7)組合賽局：探討賽局獨特的數學議題。(8)非貝氏（Non-Bayesian）決策理論：在放鬆或取代傳統理論的貝氏假設下，探討不確定性下的決策。(9)賽局神經研究：探討人在玩賽局時的生理活動。此外，還有應用上述賽局工具，處理經濟、政治、管理方面的賽局。

（二）n人非合作賽局模型、觀念、範例：

(1) 模型：各參賽者$i \in \{1,2,\cdots,n\}$各有m_i個(策略)選項，令$j_i \in \{1,2,\cdots,m_i\}$表參賽$i$者的選項，參賽者$i$的報酬為$a_i(j_1,j_2,\cdots,j_n)$，令$\mathbf{x}_i = (x_i(1)\ x_i(2)\ \cdots,x_i(m_i))$（其中$x_i(\cdot)$為非負且和為1）表參賽者$i$的策略，亦即，參賽者$i$的策略代表其在$m_i$個選項間的機率配置（和為1的配置比重），如何決定各參賽者的策略呢？

(2) 觀念：Nash均衡解（點）（Nash Equilibrium）與完美均衡解（Perfect Equilibrium）是非合作賽局的兩個基本解觀念。Nash均衡解的定義（Nash 1950）：任一參賽者在知道其他各參賽者的策略後，也不更改其策略。完美均衡解的定義（Selten 1975），對一般讀者而言不易消化，簡言之：在Nash均衡解中，那些不會被明顯比下去而有可能被採用者。

(3) 範例1：（阿公卜煮鹹阿媽卜煮淡(煮鹹煮淡)賽局）Ann 與Bob是一對情侶，工作（課業）之餘，希望能在一起又能have fun，傷腦筋的是，Ann（參賽者1）很喜歡聽音樂會而Bob（參賽者2）卻興趣缺缺、Bob很喜歡看球賽而Ann卻興趣缺缺，怎麼辦呢？Ann與Bob各有兩個選項：聽音樂會（選項1）、看球賽（選項2）。Ann與Bob的各自（效用）報酬，可用一個2×2矩陣A與B分別來表示如下：

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \qquad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}.$$

如果兩人一起聽音樂會，Ann與Bob的效用分別是4, 1；一起看球賽，效用分別是1, 4；其他不在一起的組合，效用皆為0。有三個Nash均衡解：$\mathbf{x}_1 = (1\ \ 0), \mathbf{x}_2 = (1\ \ 0)$，即兩人總是去聽音樂會，Ann的期望報酬是4而Bob是1；$\mathbf{x}_1 = (0\ \ 1), \mathbf{x}_2 = (0\ \ 1)$，即兩人總是去看球賽，Ann的期望報酬

是1而Bob是4；$\mathbf{x}_1=(4/5\ \ 1/5), \mathbf{x}_2=(1/5\ \ 4/5)$，即Ann配置4/5聽音樂會、1/5看球賽，而Bob配置1/5聽音樂會、4/5看球賽，Ann與Bob的期望報酬皆為4/5（=4/5×1/5×4+1/5×4/5×1）。其中，第三個解，雖不具效率性（因是非合作賽局，這種情況存在），但不是明顯被比下去，所以三個仍都是完美均衡解（當然Ann與Bob之間有約束力的話，第三解會被排除）。完美均衡解並沒有明確告訴Ann與Bob該採用三個中的那一個，試想：Ann可能會試圖讓Bob總是去聽音樂會，而Bob也可能會試圖讓Ann總是去看球賽，或雙方採用不具效率性的折衷解，這仍待當事人進一步去傷腦筋。“唯一解”這個問題，至今仍困擾著人類！

(4) 範例2：考慮下列兩人賽局（各有兩個選項）

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 5\end{pmatrix},\qquad \mathbf{B}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 5\end{pmatrix}.$$

有兩個Nash均衡解：兩人皆採用選項1、兩人皆採用選項2。前者明顯被後者比下去，所以前者不是完美均衡解。

(5) 範例3：（膽怯(Chicken)賽局；又稱鷹鴿賽局）兩位參賽者，在一條雙線路寬、中間沒有分隔線的道路，各自沿著路中間、高速迎面而來，這時雙方各有兩個選項：（選項1）讓（閃到路邊）、（選項2）不讓（沿路中間繼續高速前進），各自報酬矩陣如下：

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}0 & -10\\ 1 & -109\end{pmatrix},\qquad \mathbf{B}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -10 & -109\end{pmatrix}.$$

矩陣A與B為對稱，其中，相讓的報酬為0（互不吃虧）、互不讓為-109（兩敗慘傷）、已讓對方不讓為-10（不滿對方霸道）、已不讓對方讓為1（占便宜或不讓霸道得逞）。有三個Nash均衡解：已讓對方不讓、已不讓對方讓、各配置99/100於讓1/100於不讓。在侵略與嚇阻情境，面對可能侵略時，為何承諾反擊的能力若可信，將有嚇阻效果，尤其該反擊兌現的機率很高時，效果更好呢？因其中之一個均衡點是已不讓對方讓，所以只要讓對方越相信我方會採用“不讓”，對方就會越採用“讓”。

(6) 範例4：（囚犯困局）兩個罪嫌被檢察官隔離問訊，兩罪嫌各有兩選項：認罪（選項1）與不認罪（選項2），令各自報酬（被求處年）矩陣如下：

$$\mathbf{A}=\begin{pmatrix}5 & 0\\ 10 & 1\end{pmatrix},\qquad \mathbf{B}=\begin{pmatrix}5 & 10\\ 0 & 1\end{pmatrix}.$$

只有一個Nash均衡解：雙方都認罪（各被求處5年）。雖然雙方都不認罪（各被求處1年）是對兩罪嫌最好的結果，但由於怕被陷害（一方認一方不認，不認的一方被加重求處，而認的一方免被求處），故該解無法形成均衡解，兩罪嫌只好在檢察官的誘因機制設計下認罪

（三）n人合作賽局模型、觀念、範例：

(1) 模型：給定任一聯盟（結盟）$S\subseteq N=\{1,2,\cdots,n\}$的價值$v(S)$，其中$v(\phi)=0$，如何將全聯盟的價值$v(N)$公平分配給每位參賽者呢？令$y_i$表參賽者i的分配值，其中，$\sum_{i=1}^{n} y_i = v(N)$

(2) 觀念：核(Core)、核仁(Nucleolus)、Shapley value是合作賽局的三個基本解觀念。核的定義(Gillies 1959)：對任一次聯盟 S（不含全聯盟及空集合），其分配總值必須大於等於其聯盟價值，亦即，$\sum_{i\in S} y_i \geq v(S)$。核是一個解集合的觀念，它不一定存在，如果存在，核中的任一解，皆有經濟誘因形成全聯盟（因為任一次聯盟的分配總值大於等於其價值，任何次聯盟都不會形成）。核中有多個解時，該如何挑選呢？核仁便是核中的一個公平解，核仁的定義（Schmeidler 1969）：核仁所根據的分配思維，是讓最不幸成員的幸福極大化，若有多重選擇時，再使次不幸成員的幸福極大化，依此類推，直到找出一個解，這裡所指的成員是任一個次聯盟（不包含全聯盟及空集合），共有 2^n-2 個成員。Shapley value 的定義（Shapley 1953）：參賽者的貢獻以邊際貢獻來衡量，n個參賽者共有n!排序，一個參賽者的分配值為其在n!排序的平均邊際貢獻，在一排序中，令S（可為空集合）表排在參賽者i前面的所有參賽者，則參賽者i在該排序的邊際貢獻為 $v(S\cup\{i\}) - v(S)$。

(3) 範例5：三公司擬成立聯合作業中心，其中，各公司(1, 2, 3)如單獨成立，其成本分別為11, 8, 7，公司1, 2聯合成立的成本為14，公司1, 3的聯合成本為15，公司2, 3的聯合成本為13，公司1, 2, 3的聯合成本為20，三公司如何公平分攤成本呢？首先，將該問題表成3人合作賽局模型：$v(\phi)=0$，$v(\{1\})=v(\{2\})=v(\{3\})=0$（因獨資沒節省成本），$v(\{1,2\})=5$（公司1, 2如聯合成立，成本可節省5，因5=11+8-14），$v(\{1,3\})=3,\ v(\{2,3\})=2,\ v(\{1,2,3\})=6$。核為下列六個不等式及一個等式所圍成的區域：$y_1\geq 0,\ y_2\geq 0,\ y_3\geq 0,\ y_1+y_2\geq 5,\ y_1+y_3\geq 3,\ y_2+y_3\geq 2,\ y_1+y_2+y_3=6.$ 各6成員（次聯盟）的幸福值為其分配總值扣掉其聯盟價值，由於成員{3}與{1,2}的幸福值和1為最小，最不幸發生於此，平分，各得0.5之幸福值，故成員{3}之分配值為0.5(=0+0.5)而成員{1,2}的分配總值為5.5(=5+0.5)，接下來，將5.5分配給{1}與{2}，由於成員{1,3}與{2,3}的幸福值和1.5(=6.5-5, 因$y_1+y_3+y_2+y_3=6+y_3=6.5$)為最小，最不幸發生於此，平分，各得0.75之幸福值，故成員{1}與{2}之分配值分別為3.25, 2.25。因此，核仁為$(y_1,y_2,y_3)=(3.25, 2.25, 0.5)$，亦即，成本各分攤7.75 (=11-3.25), 5.75, 6.5。參賽者1,2,3在6個排序123, 132, 231, 213, 312, 321的邊際貢獻分別為 (0, 5, 1), (0, 3, 3), (4, 0, 2), (5, 0, 1), (3, 3, 0), (4, 2, 0)，故參賽者1,2,3的平均邊際共獻（Shapley value）分別為8/3, 13/6, 7/6，如下表所示：

123	0	5	1
132	0	3	3
231	4	0	2
213	5	0	1
312	3	3	0
321	4	2	0
平均	8/3	13/6	7/6

亦即，根據Shapley的分配思維，成本各分攤25/3, 35/6, 35/6。