

從諾貝爾經濟獎漫談

資源配置管理研究（十一）：機制面之四

文·圖／賴聰乾

本期先介紹計票機制，再介紹Maskin對實施理論的貢獻。前者含：計票機制緣起、Borda計票法、Condorcet計票法、計票法盲點與特性；後者含：實施理論緣起、社群選擇法則、直問盲點、符合誘因性機制、可實施性、機制存在性。

計票機制緣起

一群委員如何對一組選項（方案或候選員）進行排序？

考慮有60位委員、3個選項（稱為A, B, C）之問題。先請各委員對3選項進行偏好排序。可用一維度3*3的偏好矩陣來表示各委員的偏好排序 $P=(p(i, j))$ ，令 $p(i, j)=1$ 如i排在j之前，否則 $p(i, j)=0$ ，得票矩陣 $V=(v(i, j))$ 即為60位委員的個別偏好矩陣之和，亦即 $v(i, j)$ 表喜歡i甚於j的委員個數。令得票矩陣如下：

	A	B	C
A	0	23	29
B	37	0	29
C	31	31	0

整合各委員偏好的常用計票法有兩種，即Borda與Condorcet計票法。

Borda計票法

18世紀法國學者Borda認為各選項的總票數是該列總和，例如A的總票數是23+29，所以A, B, C的總票數分別是52, 66, 62。故委員的整合偏好，依序是B, C, A。

Condorcet計票法

同時期的另一位法國學者Condorcet不認同Borda的計票法，Condorcet觀察到：有過半數的（31位）委員認為C比B好，且有過半數的（31位）委員認為C比A好。所以他認為C（而不是

B）應排在第一位。

Condorcet所提的計票法如下：

在最有利於各選項的排序下，對其計票，且包含遞移性關係所產生的隱含票數。

對A而言，有ABC與ACB兩種排序，前者的票數來源包含 $v(A, B)$, $v(A, C)$ 及 $v(B, C)$ ，其中 $v(B, C)$ 係隱含票數；後者的票數來源包含 $v(A, C)$, $v(A, B)$ 及 $v(C, B)$ ，其中 $v(C, B)$ 係隱含票數。所以，如以ABC排序來計票為23+29+29，即81票；如以ACB排序計票為29+23+31，即83票。故以ACB排序來計票，對A最有利，即A的總票數為83。

依此類推，對B而言，如以BAC排序來計票為37+29+29，即95票；如以BCA排序計票為29+37+31，即97票。故以BCA排序來計票，對B最有利，即B的總票數為97。對C而言，如以CAB排序來計票為31+31+29，即91票；如以CBA排序計票為31+31+37，即99票。故以CBA排序來計票，對C最有利，即C的總票數為99。

就誰該排第一而言，A, B, C分別得83, 97, 99票，故C應排第一。因 $v(B, A) > v(A, B)$ ，即37 > 23，故B應排於A之前。所以委員的整合偏好，依序是C, B, A。

「獲多數支持之選項」指該選項與任何其它選項單獨比較時皆獲過半票數。Condorcet指出，若存在獲多數支持之選項，他的計票法使該選項排第一。

計票法盲點與特性

考慮下例：有3位委員、3個選項（稱為A, B, C），第一位委員的偏好排序是ABC，第二位的排序是BCA，第三位的排序是CAB。如依Borda計票法，三選項，各得3票，如依Condorcet計票法，各得5票。到底何者才是最佳選項？

諾貝爾經濟獎1972年獲獎者K. Arrow，在其

著名的不可能性定理（1963）指出，任何整合委員偏好的計票法，都無法同時滿足下列三項要求：無異議性、非獨裁性、非相關選項獨立性。

「無異議性」指如所有委員都偏好A甚於B，則在整合排序中A排在B之前；「非獨裁性」指整合排序不會在所有情況下都取決於同一委員；「非相關選項獨立性」指任兩選項在整合排序中的相對排序，完全取決於該兩選項的單獨排序。

無論Borda或Condorcet計票法，都無法滿足非相關選項獨立性之要求。但若將該要求放寬成僅對整合排序中相鄰的兩選項而言，即相鄰非相關選項獨立性，則Condorcet計票法具有該性質。

Young & Levenglick（1978）證明，Condorcet計票法是唯一具有下列四項性質的方法：不偏性、無異議性、增援性、相鄰非相關選項獨立性。「不偏性」指與委員如何編碼無關且與選項如何編碼亦無關，「增援性」指兩個無交集的委員次子群，若各子群皆偏好A甚於B（允許其中之一子群A與B打平），則兩子群的整合偏好為A勝於B。

Young（1995）指出，從統計的觀點來看，Condorcet計票法即是最大概似（Maximum Likelihood）法則。並指出，Condorcet計票法有兩個含意：當一群專家在比較一組選項時，它是尋求「真理」的最佳方式；當一般大眾在比較一組公共政策時，它是價值妥協的最佳方式。

實施理論緣起

對某項需求（如能源），供應者（如政府或供應商）提供下列四種服務類型：煤、石油、核能、天然氣（Maskin 2007）。假設阿美與阿俊是市場上僅有的兩位消費者，阿美的需求偏好是基於便利，而阿俊是基於安全考量。

在高貼現率狀態下，未來相對較不重要，在低貼現率狀態下，未來則相對較重要。令狀態1代表高貼現率狀態，狀態2代表低貼現率狀態。阿美與阿俊在各狀態下的偏好排序如下（例1）：

狀態1：

阿美依序是天然氣、石油、煤、核能；
阿俊依序是核能、石油、煤、天然氣。

狀態2：

阿美依序是核能、天然氣、煤、石油；
阿俊依序是石油、天然氣、煤、核能。

狀態訊息係阿美與阿俊所私有，欠缺該訊息下，供應者如何提供服務類型？

社群選擇法則

一社群選擇法則（Social Choice Rule）規定：任一訊息狀態下社群的最佳類型。給定某一訊息狀態，如給定狀態1或2，常用的挑選方式有Borda計票法、Condorcet計票法及差異原則等。

就計票來說，阿美與阿俊是兩位委員，煤、石油、核能、天然氣是四個選項。彙整各狀態下委員對候選者的偏好，可得如下狀態1得票矩陣：

	煤	石油	核能	天然氣
煤	0	0	1	1
石油	2	0	1	1
核能	1	1	0	1
天然氣	1	1	1	0

及如下狀態2得票矩陣：

	煤	石油	核能	天然氣
煤	0	1	1	0
石油	1	0	1	1
核能	1	1	0	1
天然氣	2	1	1	0

根據Borda計票法，狀態1時，煤、石油、核能、天然氣的總票數分別為2、4、3、3票，故石油獲選。狀態2時，煤、石油、核能、天然氣的總票數分別為2、3、3、4票，故天然氣獲選。

根據Condorcet計票法，狀態1時，煤、石油、核能、天然氣的總票數分別為6、7、7、7票，石油、核能及天然氣都打平。狀態2時，煤、石油、核能、天然氣的總票數分別為6、7、7、7票，石油、核能及天然氣都打平。兩狀態下，Condorcet計票法都無法產生唯一一位最佳類型。

Rawls（1971）於討論分配正義時，提出差異

原則 (Difference Principle)，即讓最不满意成員的滿意程度極大化。更精細的版本為Sen (1970) 所提：若有多重解，再讓次最不满意成員的滿意程度極大化，依此類推，直到獲得唯一解或無法再進一步區分。A. Sen因對公平性的貢獻，於1998年獲頒諾貝爾經濟獎。根據該原則，狀態1時，石油皆是阿美與阿俊的第2順位、煤皆是第3順位、核能分別是第4與第1順位、天然氣分別是第1與第4順位，所以對石油、煤、核能、天然氣，其最不满意成員的順位分別是第2、3、4、4，因此狀態1時石油獲選。依此類推，狀態2時天然氣獲選。

假設供應者所採用的社群選擇法則是：狀態1時石油獲選、狀態2時天然氣獲選。由於狀態訊息係私有，供應者如何獲知？

直問盲點

如直問兩人，若所答是同一狀態，賦予該狀態的機率為1；若非，賦予兩狀態的機率各為0.5。

當阿俊回答狀態1時，阿美如回答狀態2，天然氣獲選的機率可從0提高至0.5；當阿俊回答狀態2時，阿美如回答狀態2，天然氣獲選的機率可從0.5提高至1。由於無論何種狀態，阿美都較喜歡天然氣勝於石油，所以都回答狀態2較有利。

當阿美回答狀態1時，阿俊如回答狀態1，石油獲選的機率可從0.5提高至1；當阿美回答狀態2時，阿俊如回答狀態1，石油獲選的機率可從0提高至0.5。由於無論何種狀態1或2，阿俊都較喜歡石油勝於天然氣，所以都回答狀態1較有利。

由於阿美一定回答狀態2，阿俊一定回答狀態1，所以直問如同「白問」。

符合誘因性機制

供應者 (即機制設計者) 可透過下列機制獲知狀態訊息：阿美有上、下兩行動方案，阿俊有左、右兩行動方案，如阿美與阿俊分別採上、

左，石油獲選；採上、右，煤獲選；採下、左，核能獲選；採下、右，天然氣獲選。如下表所示：

	左	右
上	石油	煤
下	核能	天然氣

為何上述機制能辦到？

如真實狀態是狀態1，對阿俊而言，左優於右，因他喜歡石油勝於煤、核能勝於天然氣，所以阿俊會採左不論阿美採上或下；阿俊如採左，阿美將採上，因她喜歡石油勝於核能；因此，阿美與阿俊分別採上、左乃是唯一的Nash均衡，所以石油獲選。

如真實狀態是狀態2，對阿美而言，下優於上，因她喜歡核能勝於石油、天然氣勝於煤，所以阿美會採下，不論阿俊採左或右；阿美如採下，阿俊將採右，因他喜歡天然氣勝於核能；因此，阿美與阿俊分別採下、右是唯一的Nash均衡，所以天然氣獲選。

狀態1與2分別由石油與天然氣獲選正是供應者所要的，所以，即使欠缺狀態訊息，供應者也能透過上述機制獲知。換言之，該社群選擇法則可透過上述機制的Nash均衡來實施。

可實施性

稱某社群選擇法則具可實施性 (Implementable)，若存在某機制使該法則可經由Nash均衡來實施。因例1所採法則可透過Nash均衡來實施，所以稱該法則對例1具可實施性。

稱某社群選擇法則具單調性 (Monotonic)，如該法則在某狀態的最佳類型是a，而在另一狀態下，如社群任一成員對a的偏好排序都沒「往下掉」，則該法則的最佳類型仍是a。沒「往下掉」指沒被原排在a之後的類型超越。

如某成員的a有「往下掉」，單調性即成立。例1中，狀態1的最佳類型是石油，對阿美而言，她這時喜歡石油勝於核能，不過，在狀態2時卻反

過來，所以該社群選擇法則對例1具單調性。

單調性未必一定存在，考慮下列偏好型態（例2）：

狀態1下：

阿美的偏好排序依序是天然氣、煤、石油、核能；

阿俊依序是核能、石油、天然氣、煤。

狀態2下：

阿美依序是天然氣、石油、煤、核能；

阿俊依序是石油、核能、天然氣、煤。

採用Borda計票法之社群選擇法則：狀態1時天然氣獲選、狀態2時石油獲選。由於天然氣為狀態1之最佳類型且於狀態2時並沒「往下掉」，卻不是狀態2的最佳類型，所以該法則對例2不具單調性。

機制存在性

Maskin的主要貢獻，在於探討社群選擇法則在何條件下具可實施性，他發現可實施性與單調性有關：

必要條件定理（Maskin 1977）

某社群選擇法則如具可實施性，則該法則具單調性。

充分條件定理（Maskin 1977）

假設社群至少有三成員，某社群選擇法則如具單調性且「無否決權」，則該法則具可實施性。

採用Borda計票法之社群選擇法則，因對例2不具單調性，根據必要條件定理，該法則不具可實施性。直觀解釋如下：

如具可實施性，則存在一對（阿美與阿俊的）行動策略(s1, s2)，使得該策略為狀態1之均衡解且該策略的結局是天然氣。如此，則該策略亦為狀態2之均衡解，因阿美在兩狀態下的最愛都是天然氣，在狀態1時沒誘因偏離，在狀態2時亦然，而阿俊在狀態2時也沒誘因偏離至核能或石油，因他在狀態1時沒誘因偏離，在狀態2時亦然。由於該策略皆是兩狀態下的均衡解，但狀態2時，天然氣卻非最佳類型，故無法實施。

關於充分條件定理，「無否決權」指任一成員無法否決其它所有成員的共識，例如，社群的最佳選項為a如其它所有成員皆視a為最佳選項。機制設計的用意，乃提供誘因使參賽者選取符合規定的均衡策略，或懲罰偏離均衡策略者；社群成員須假設至少有三位，乃基於：如只有二位，將無法分辨那位偏離均衡策略，至少要有三位才能分辨。（待續，自9月號起將轉刊於電子版。）



賴聰乾小檔案

現任臺大工商管理系暨商學所教授。1960年次，18歲前住在嘉義，之後6年，在（早期）人煙稀少的清大校園，過著有些與世隔絕的生活，服完預官後，猶豫該去約翰霍普金斯大學數學科學系、UCLA電機系或史丹福大學工業工程系（現併入管理科學與工程系）攻讀博士，後來選了史丹福，轉眼結束5年如夢幻般的校園生活，旋即在本校工商管理系暨商學所任教迄今，期間（1998至1999）在麻省理工學院作業研究中心客座一年。目前的研究重點是，使用穩定度方法來處理不確定下最適資源配置。另一方面，隨著年齡增長，對管理與決策思維的研究漸感興趣。